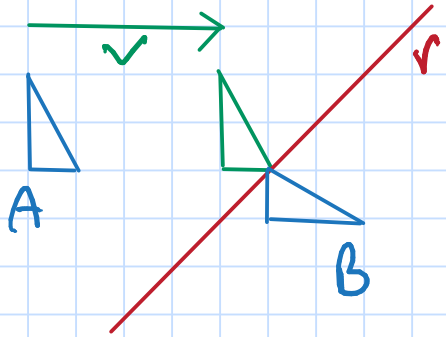
Due figure sono equivalenti se esiste una isometria del piano che manda la prima nella seconda

(1) I seguenti triangoli sono equivalenti ?

Risposta



$\sigma_r \circ \tau_v$ è una isometria che manda A in B quindi

i due triangoli AcB sono uguali

(2) Che tipo di isometria è $\sigma_r \circ \tau_v$?

$\sigma_r \circ \tau_v$ è una isometria che:

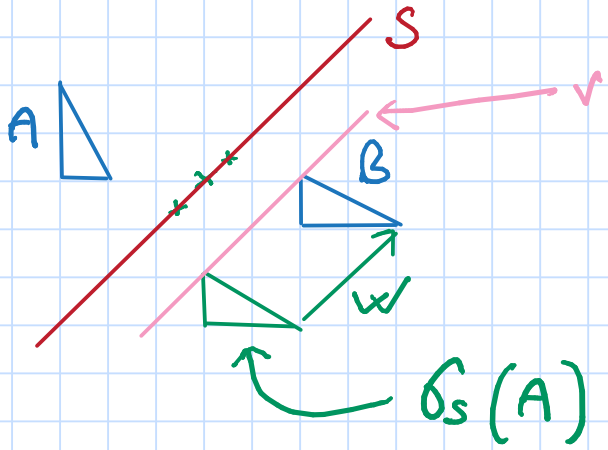
- non conserva l'orientazione
- non è una riflessione

Quindi $\sigma_r \circ \tau_v$ è una glissoriflessione

(3) r e v non sono paralleli, come possiamo individuare retta e vettore paralleli per scrivere "meglio" questa glissoriflessione ?

Risposta 1

Nel disegno individuo la retta che passa per i punti medi dei segmenti che uniscono un punto al suo corrispondente: la retta s

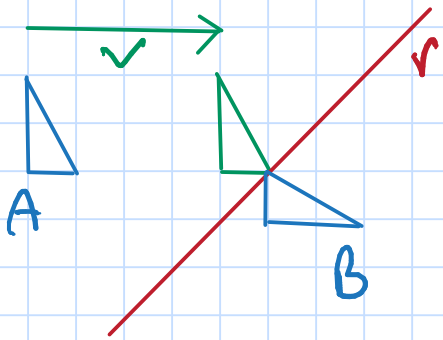


$\tau_w \circ \sigma_s$ manda A in B con w e s parallele

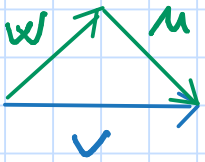
quindi $\tau_w \circ \sigma_s = \sigma_s \circ \tau_w$

Risposta 2

Ripartendo da questa figura



Il vettore v è scrivibile come somma $u + w$ con w parallelo a r e u perpendicolare a r in questo modo



OSS $\tau_v = \tau_w \circ \tau_u = \tau_u \circ \tau_w$

Vogliamo valutare

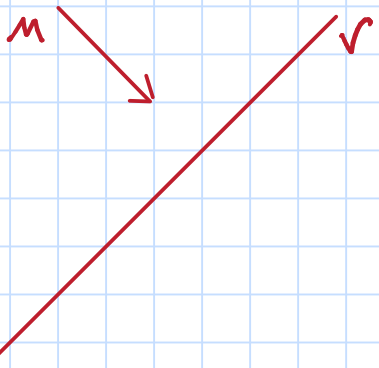
$$\sigma_r \circ \tau_v$$

Possiamo scrivere

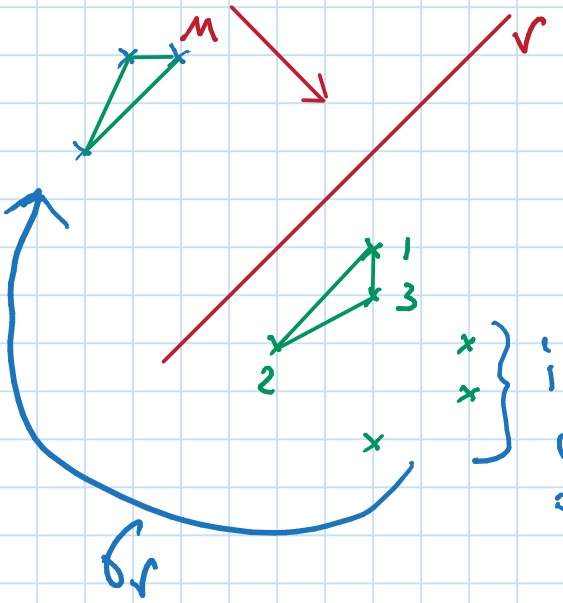
$$\sigma_r \circ \tau_v = \sigma_r \circ (\tau_m \circ \tau_w) =$$

$$= (\sigma_r \circ \tau_m) \circ \tau_w$$

Abbiamo perciò bisogno di capire che isometria sia $\sigma_r \circ \tau_m$



Scegliamo 3 punti non allineati $(1,2,3)$ e costruiamo le immagini di questi 3 punti

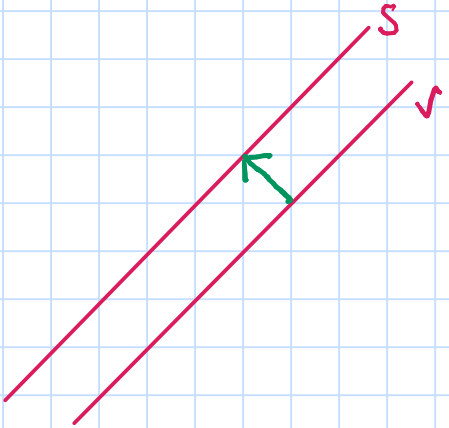


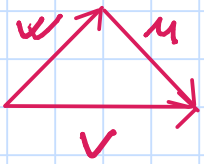
$\sigma_r \circ \tau_m$ è una riflessione

L'asse di tale riflessione è proprio la retta s che abbiamo costruito nella Risposta 1

Possiamo osservare che la retta s si ottiene applicando a r la traslazione di

$$-\frac{w}{2}$$





Abbiamo quindi

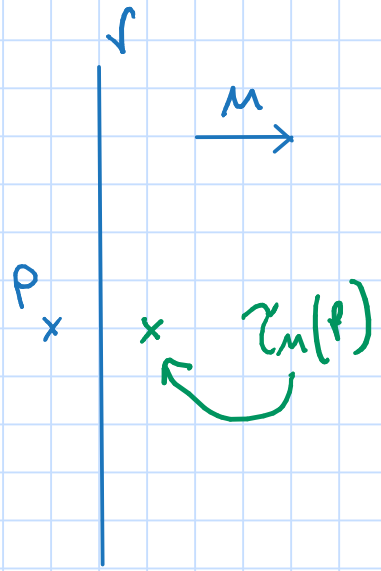
$$\sigma_r \circ \tau_v = \sigma_r \circ (\tau_u \circ \tau_w) =$$

$$= (\sigma_r \circ \tau_u) \circ \tau_w =$$

$$= \sigma_s \circ \tau_w$$

Nota se r e u sono perpendicolari allora $\sigma_r \circ \tau_u$ è una riflessione (rispetto a una retta s)

Per individuare s è sufficiente individuare i punti fissi di $\sigma_r \circ \tau_u$



$\sigma_r \circ \tau_u(P) = P$ se e solo se

$\sigma_r(\sigma_r \circ \tau_u(P)) = \sigma_r(P)$

se e solo se

$$(\sigma_1 \circ \sigma_2) \circ \tau_u(P) = \sigma_2(P)$$

se e solo se

$$\tau_u(P) = \sigma_1(P)$$

Nota

Abbiamo mostrato che esiste una retta di punti fissi. Questo ci conferma che l'isometria è una riflessione