Istituzioni e didattica della matematica

Marina Cazzola (marina.cazzola@unimib.it)

11 aprile 2016

Gruppi

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

Gruppi

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- ○ è associativa

Gruppi

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l’elemento neutro di $\circ$

Gruppi

L’insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l’elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.

Gruppi

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$
  - $(\rho_{O,\alpha})^{-1} = \rho_{O,-\alpha}$

Gruppi

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$
  - $(\rho_{O,\alpha})^{-1} = \rho_{O,-\alpha}$
  - $(\tau_v)^{-1} = \tau_{-v}$

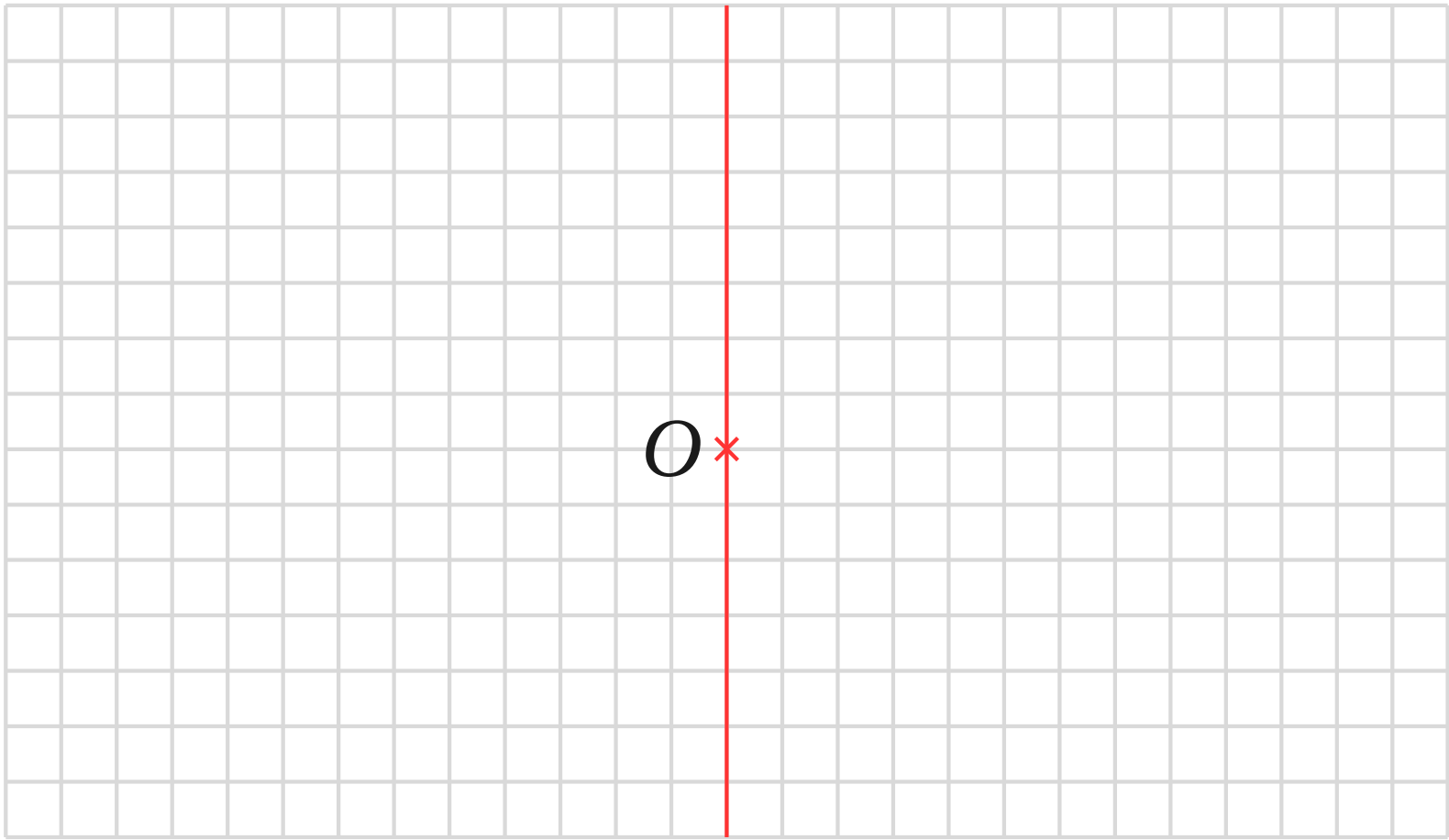
Gruppi

L'insieme delle isometrie del piano è un gruppo rispetto alla composizione di isometrie.

- $\circ$ è associativa
- *id* è l'elemento neutro di $\circ$
- ogni isometria ammette inverso, per es.
  - $(\sigma_r)^{-1} = \sigma_r$
  - $(\rho_{O,\alpha})^{-1} = \rho_{O,-\alpha}$
  - $(\tau_v)^{-1} = \tau_{-v}$
  - $(\sigma_r \circ \tau_v)^{-1} = \sigma_r \circ \tau_{-v}$ (r e v paralleli)

Esempio

Cosa è $\sigma_r \circ \rho_{O,90}$? (senso orario)



Esempio

- $\sigma_r \circ \rho_{O,90} = \sigma_s$

Esempio

- $\sigma_r \circ \rho_{O,90} = \sigma_s$
- Cosa è $\sigma_r \circ \sigma_s$?

Esempio

- $\sigma_r \circ \rho_{O,90} = \sigma_s$
- Cosa è $\sigma_r \circ \sigma_s$?
- $\sigma_r \circ \sigma_s = \rho_{O,90}$

Esempio

- $\sigma_r \circ \rho_{O,90} = \sigma_s$
- Cosa è $\sigma_r \circ \sigma_s$?
- $\sigma_r \circ \sigma_s = \rho_{O,90}$

Quest'ultimo risultato poteva essere ricavato in questo modo. Il conto che abbiamo eseguito è

$$\sigma_r \circ (\sigma_r \circ \rho_{O,90})$$

Esempio

- $\sigma_r \circ \rho_{O,90} = \sigma_s$
- Cosa è $\sigma_r \circ \sigma_s$?
- $\sigma_r \circ \sigma_s = \rho_{O,90}$

Quest'ultimo risultato poteva essere ricavato in questo modo. Il conto che abbiamo eseguito è

$$\sigma_r \circ (\sigma_r \circ \rho_{O,90}) = (\sigma_r \circ \sigma_r) \circ \rho_{O,90}$$

Esempio

- $\sigma_r \circ \rho_{O,90} = \sigma_s$
- Cosa è $\sigma_r \circ \sigma_s$?
- $\sigma_r \circ \sigma_s = \rho_{O,90}$

Quest'ultimo risultato poteva essere ricavato in questo modo. Il conto che abbiamo eseguito è

$$\sigma_r \circ (\sigma_r \circ \rho_{O,90}) = (\sigma_r \circ \sigma_r) \circ \rho_{O,90}$$

Che è uguale a $\rho_{O,90}$ essendo $\sigma_r \circ \sigma_r = id$

Gruppi

La composizione di una rotazione e una traslazione (entrambe diverse dall'identità) non può essere una traslazione.

Simmetria

Non solo riflessioni

Non solo riflessioni

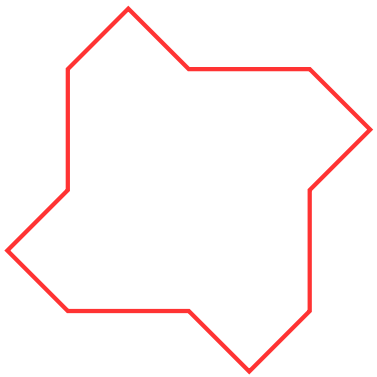
Non solo riflessioni

Data una figura del piano, chiamiamo simmetria di questa figura *ogni* isometria del piano che manda la figura in sé stessa.

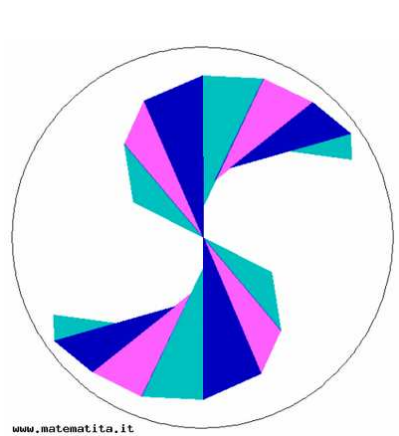
Non solo riflessioni

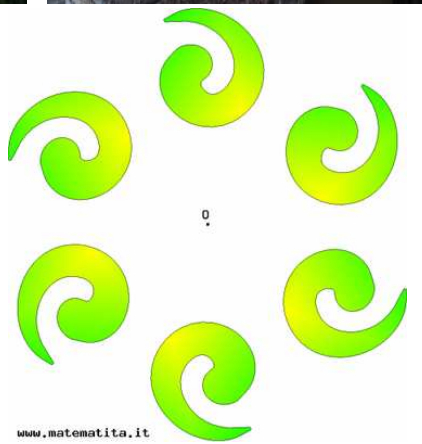
Data una figura del piano, chiamiamo simmetria di questa figura *ogni* isometria del piano che manda la figura in sé stessa.

Questa definizione ci permette di riconoscere *regolarità* anche in figure di questo tipo



Rosoni ciclici



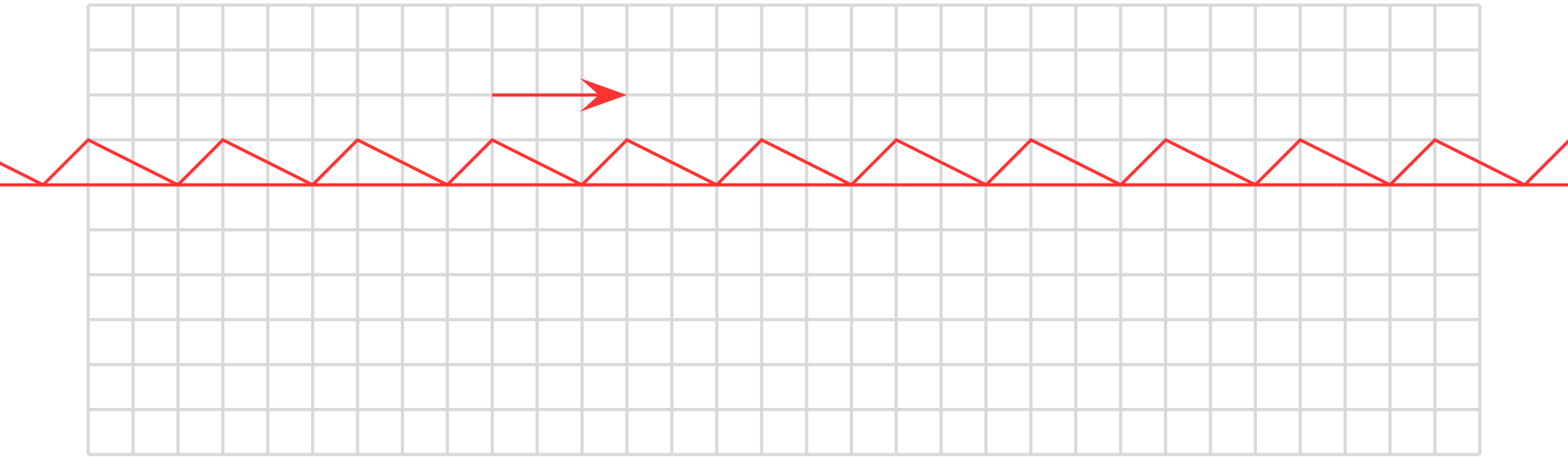


Traslazioni

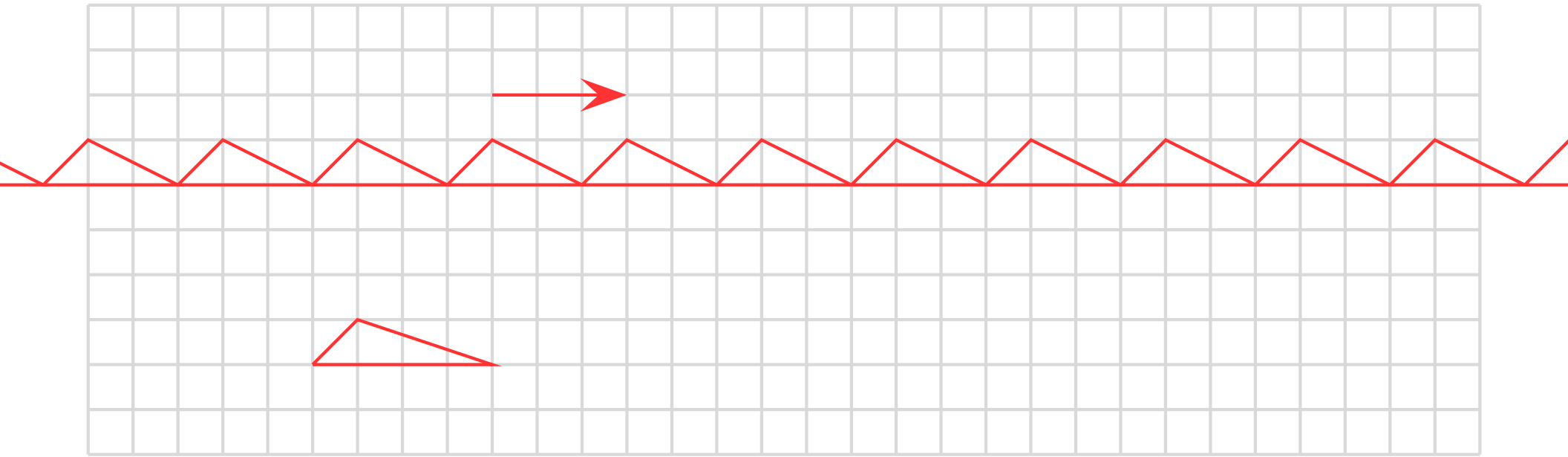
Traslazioni

Traslazioni

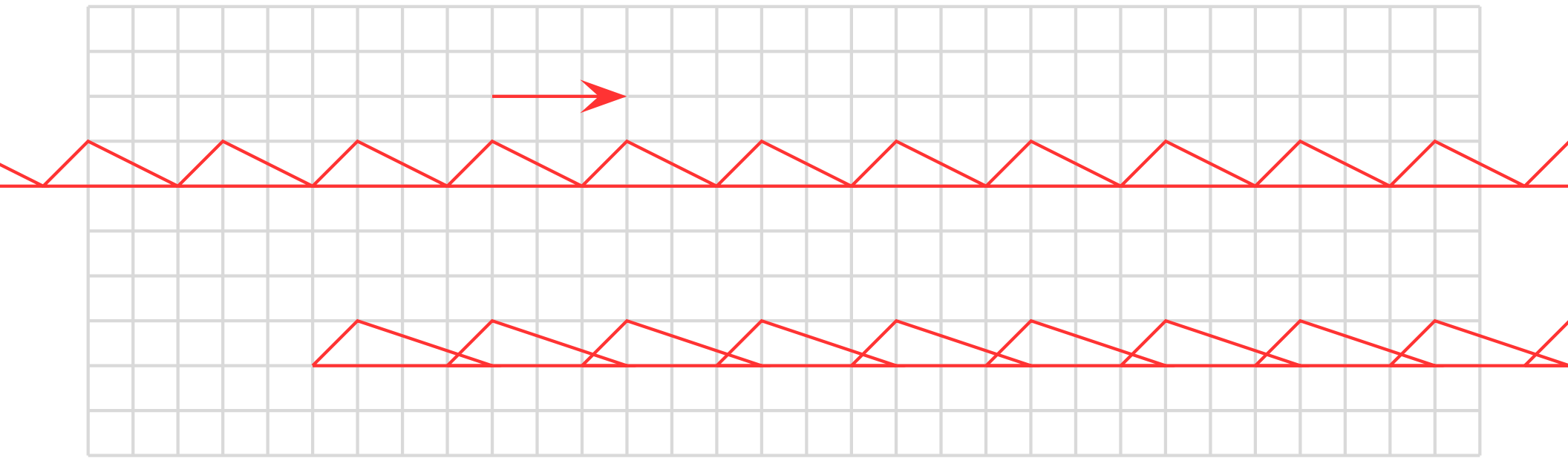
Traslazioni



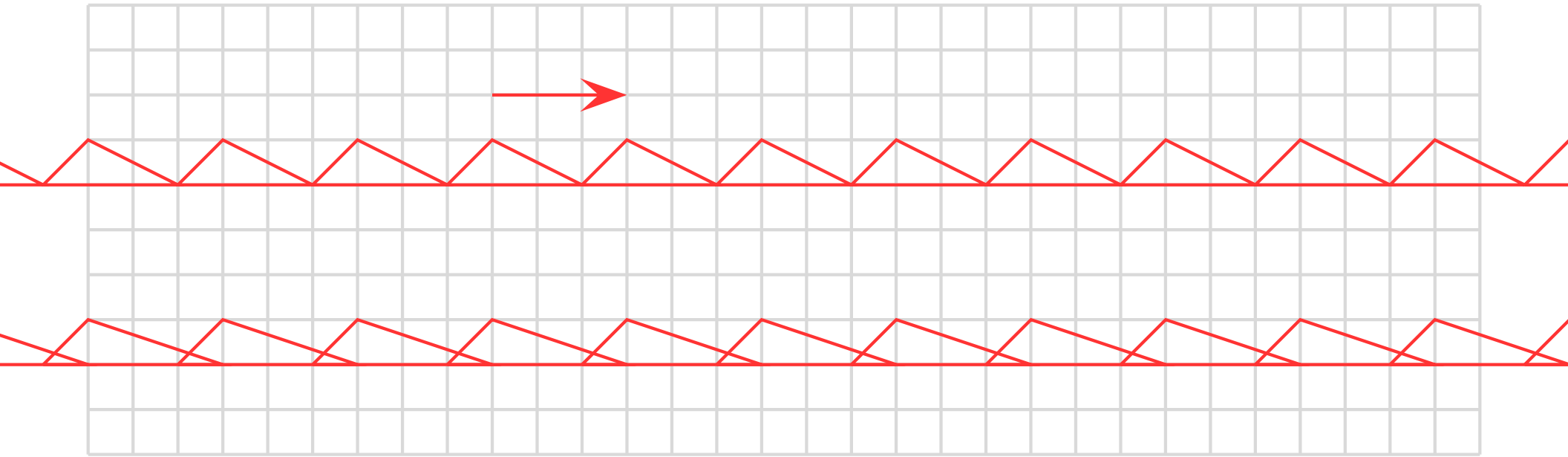
Traslazioni



Traslazioni



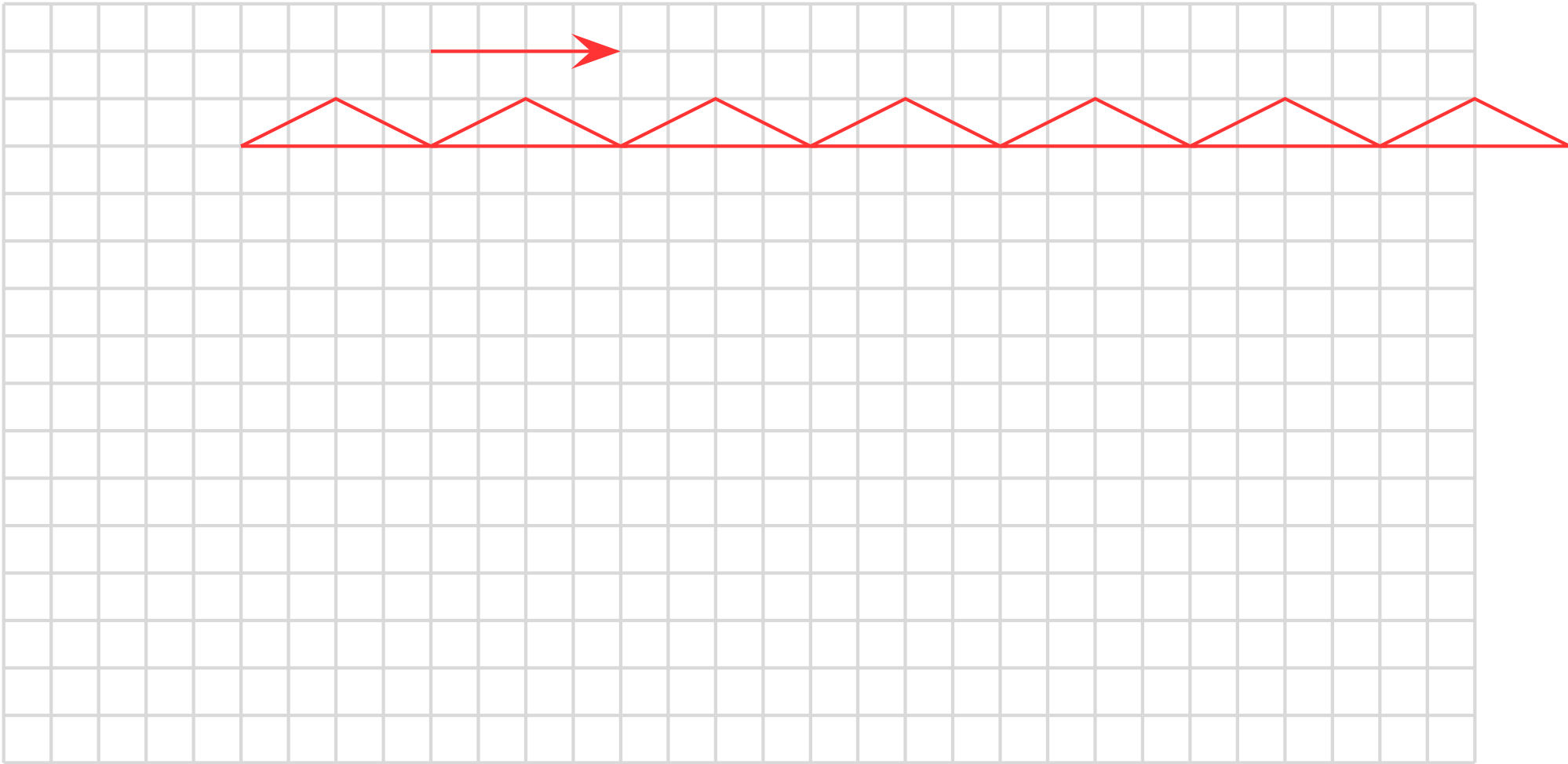
Traslazioni



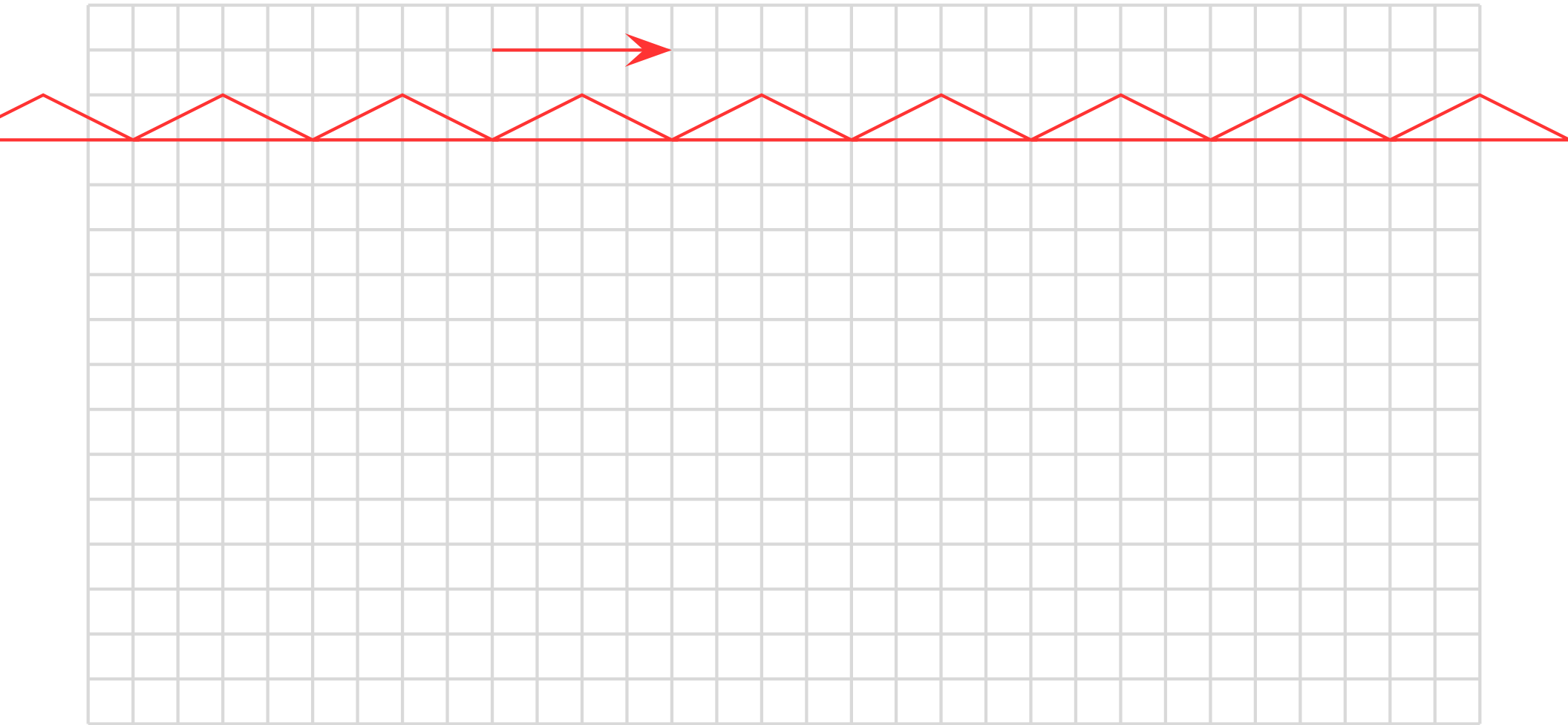
Quali isometrie mandano la figura così ottenuta in se stessa?

Traslazioni

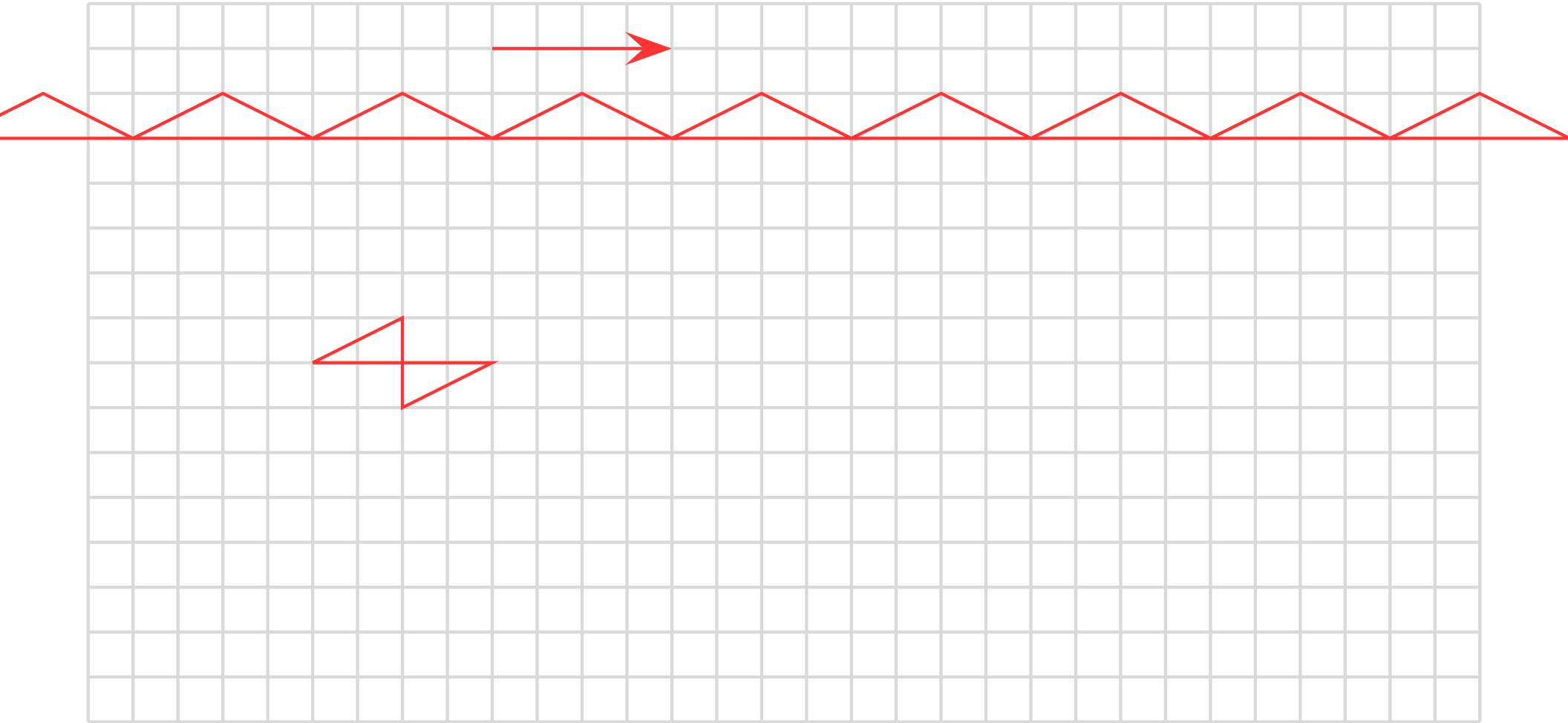
Traslazioni



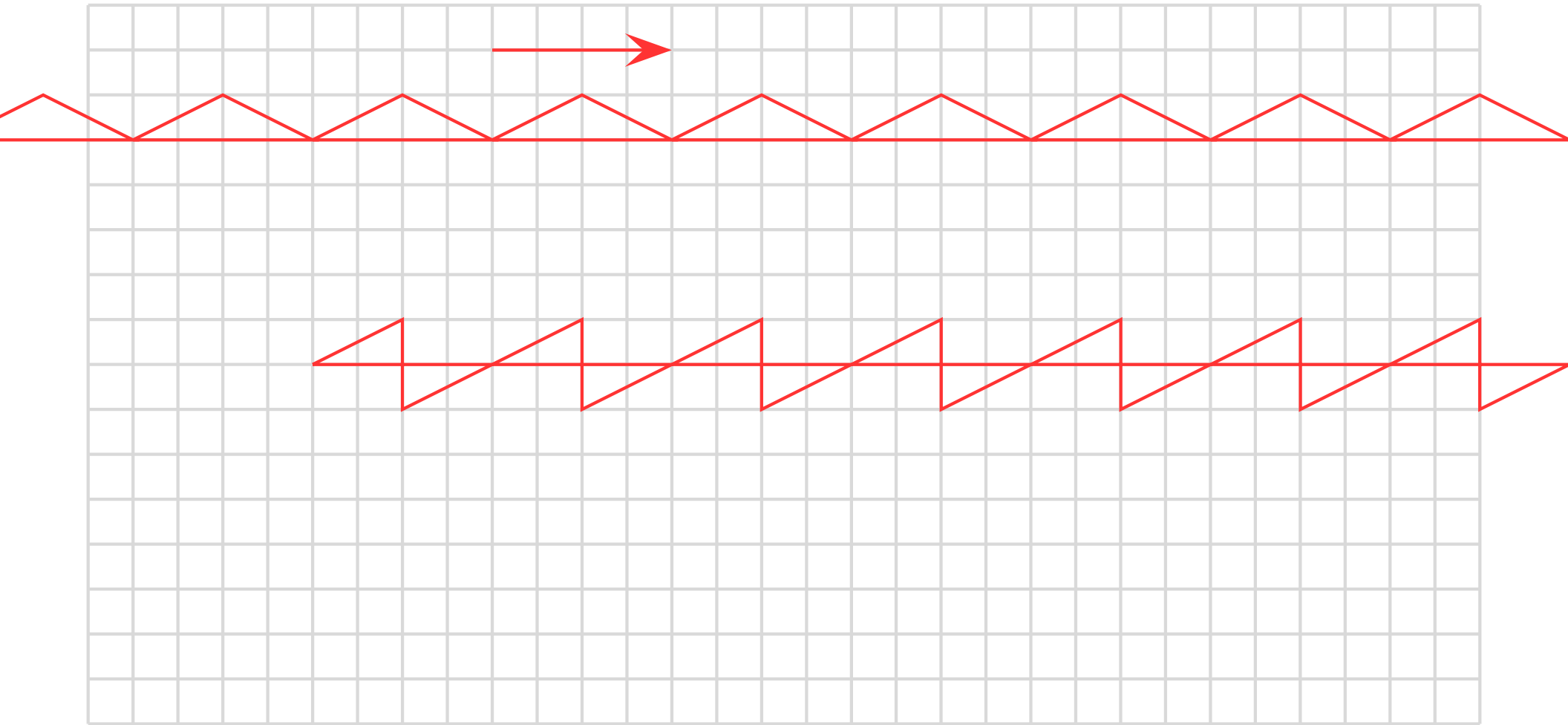
Traslazioni



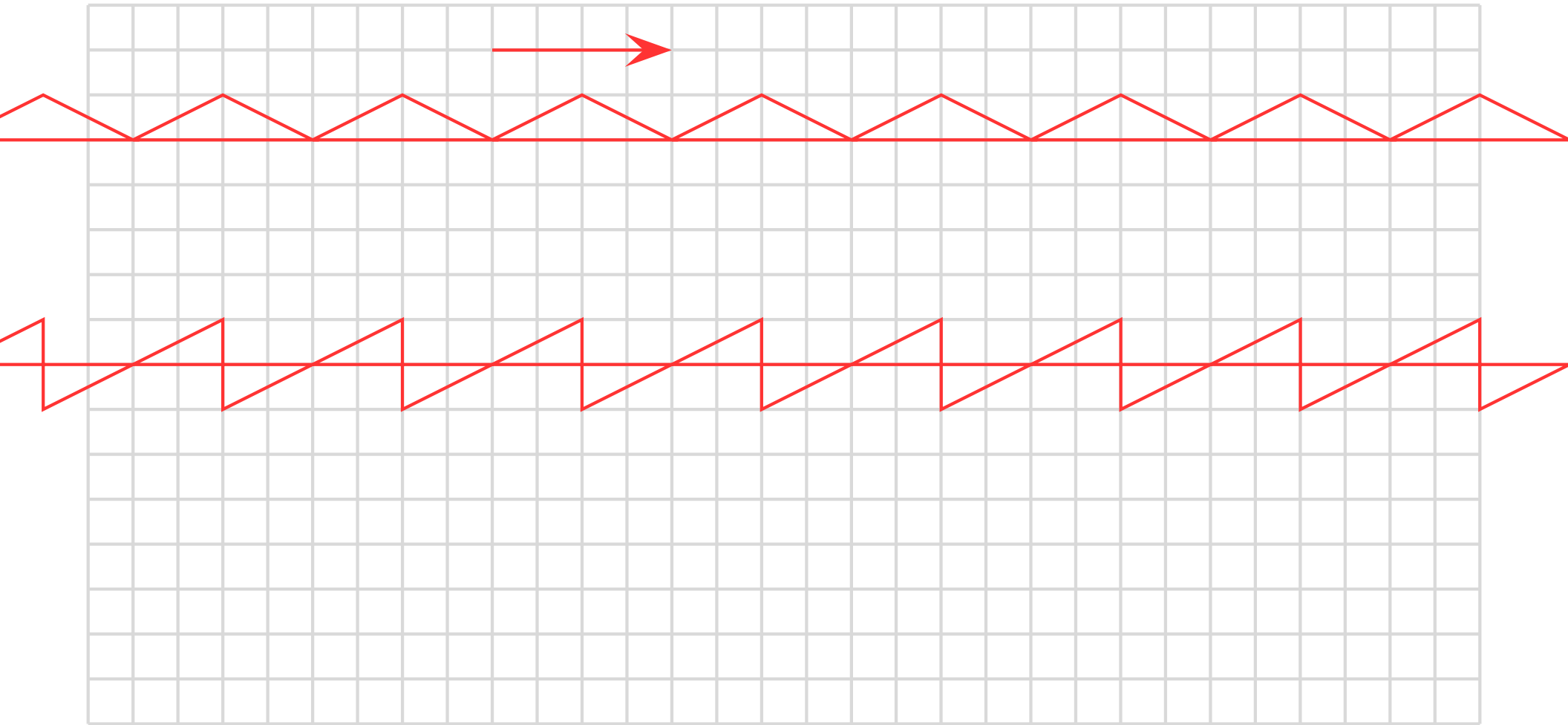
Traslazioni



Traslazioni

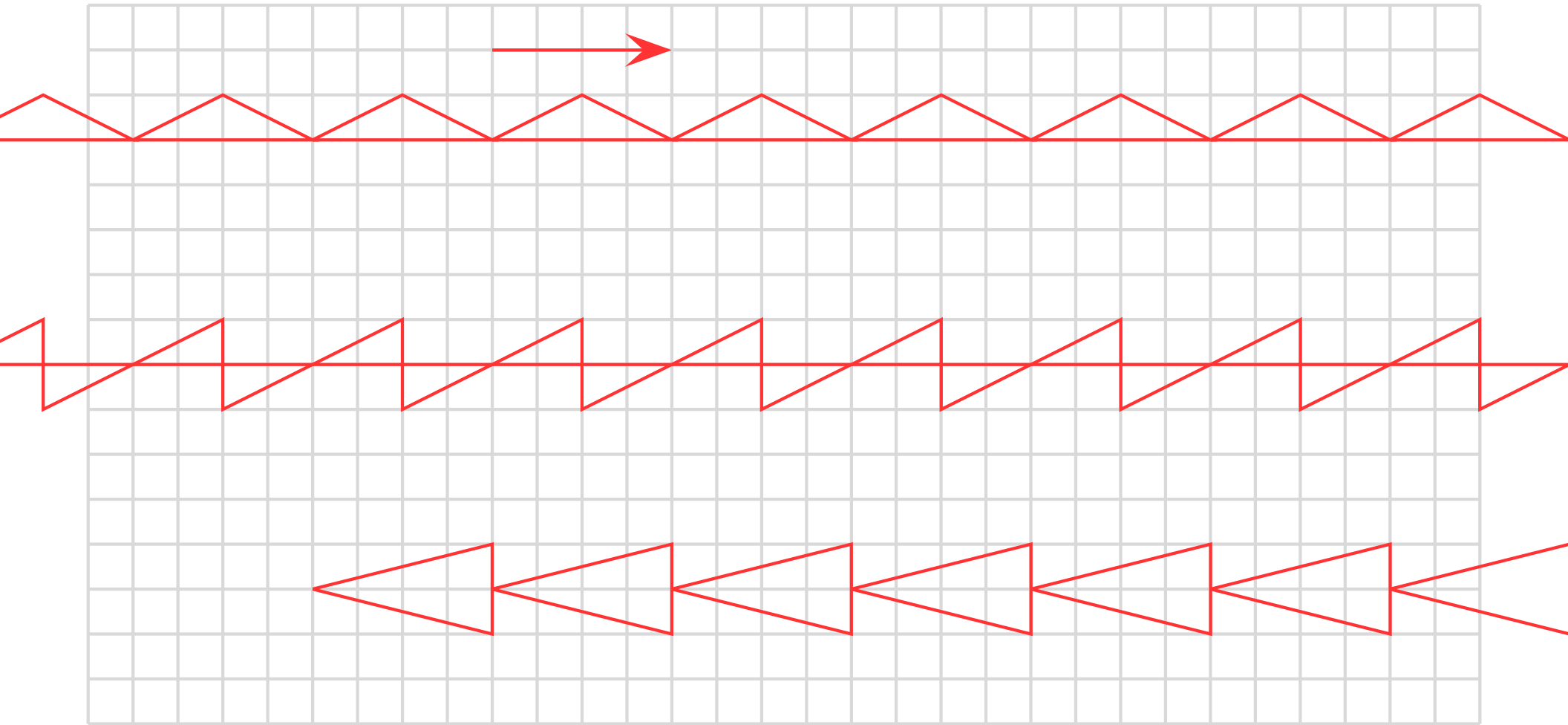


Traslazioni

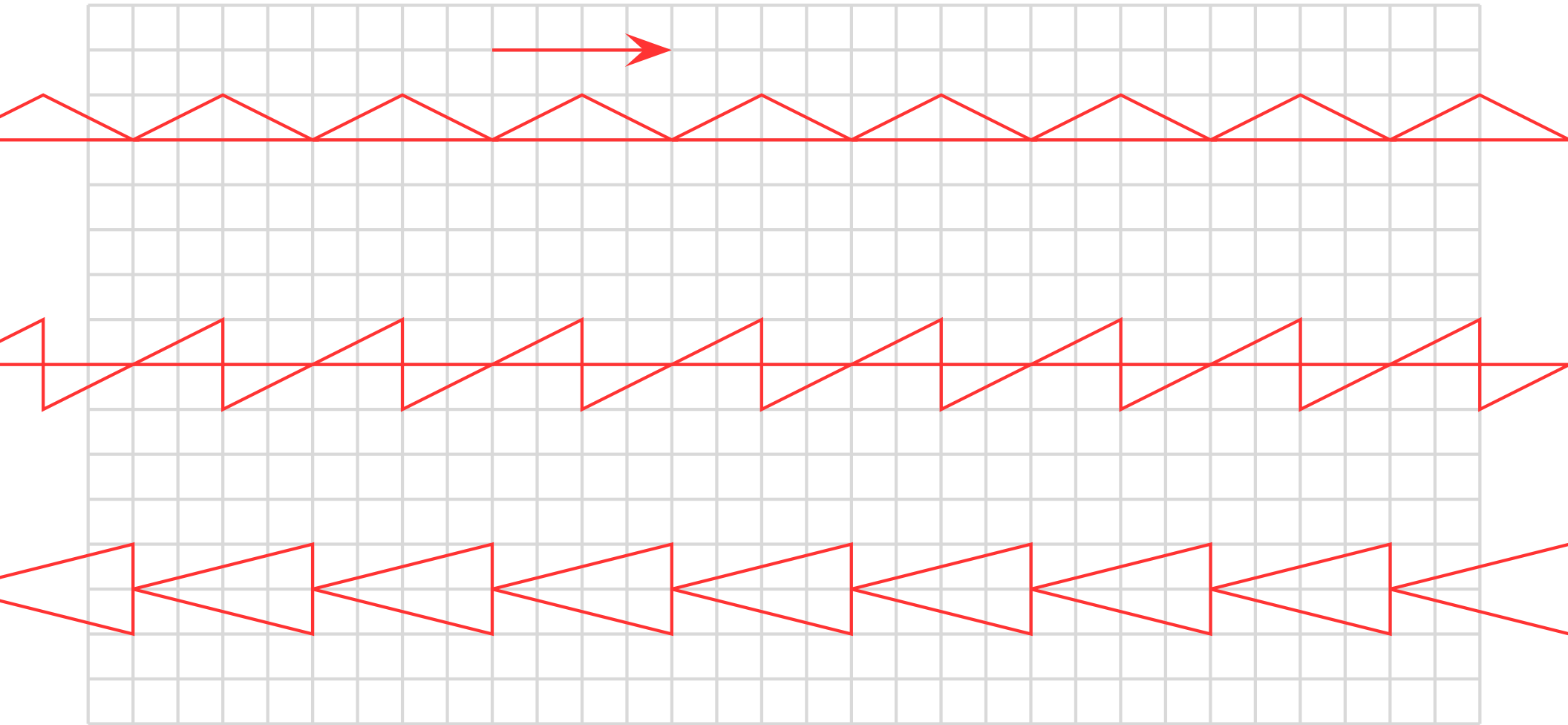


Traslazioni

Traslazioni

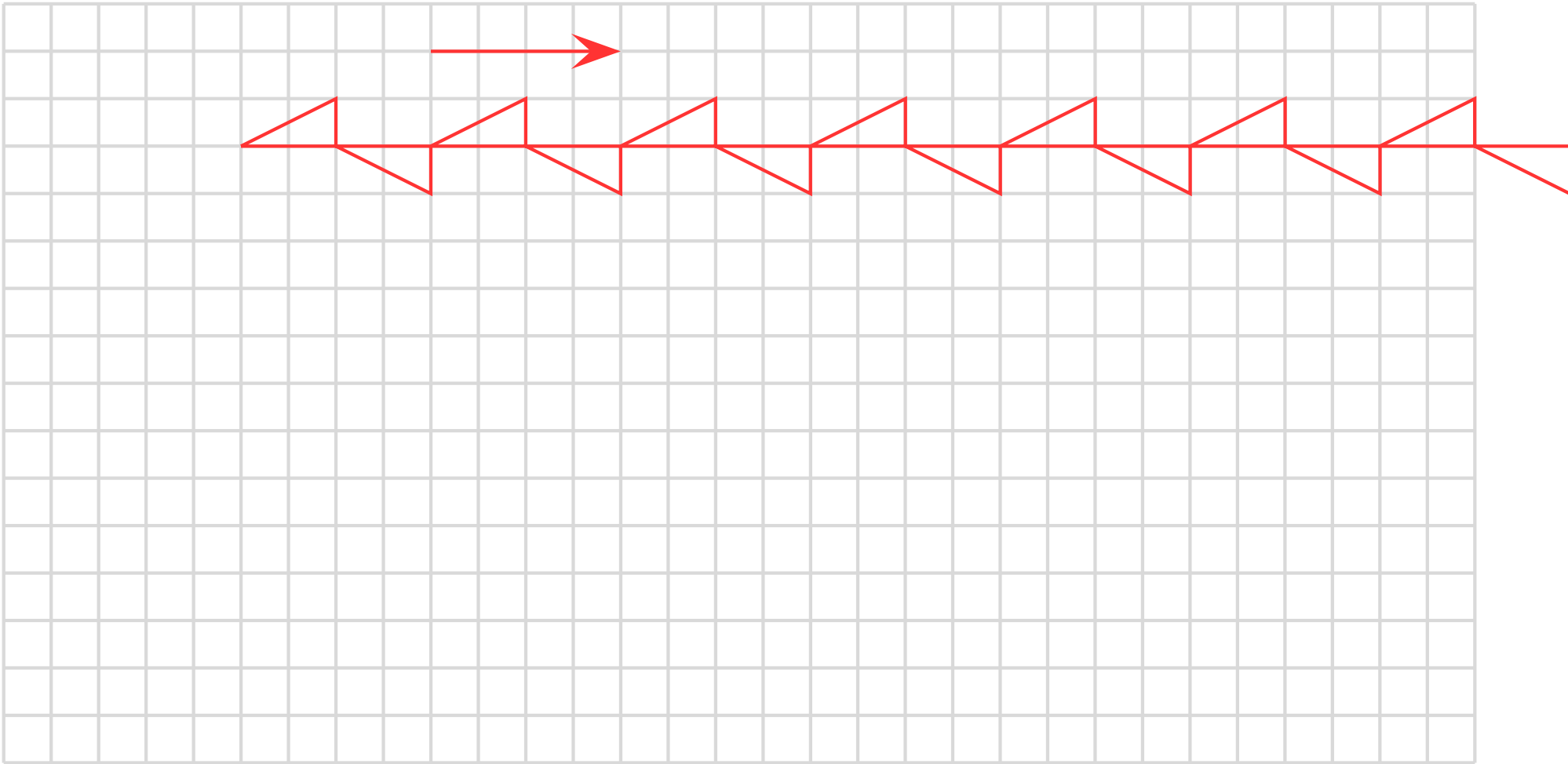


Traslazioni



Traslazioni

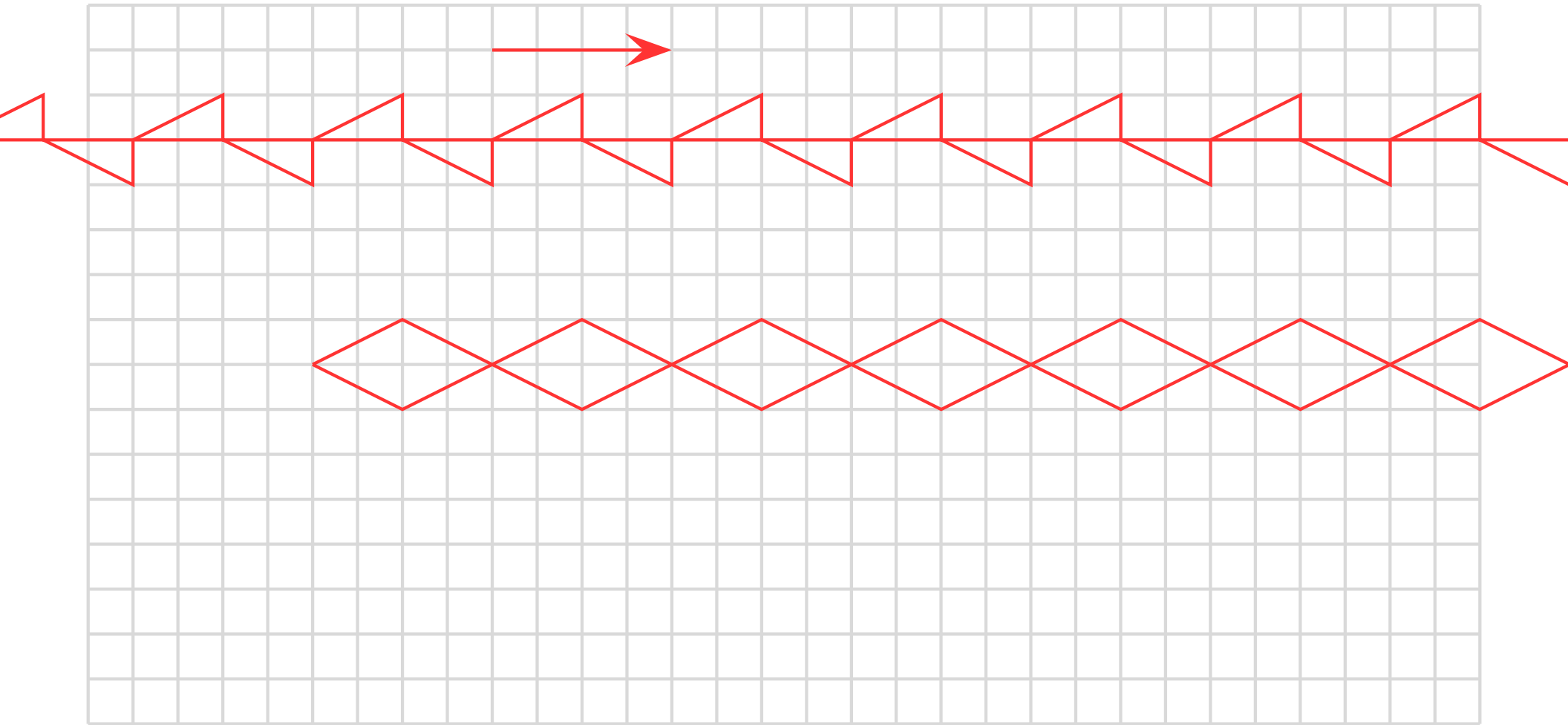
Traslazioni



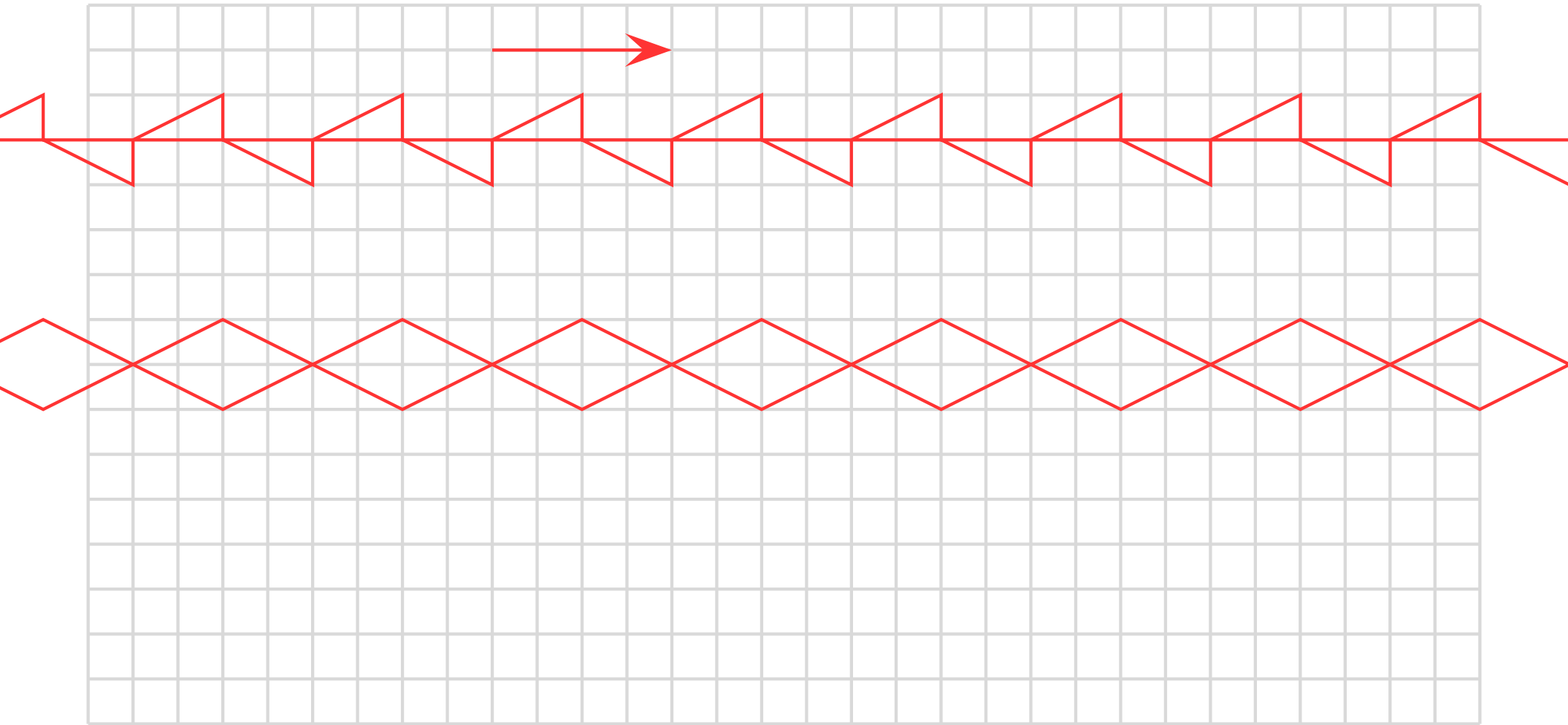
Traslazioni

Traslazioni

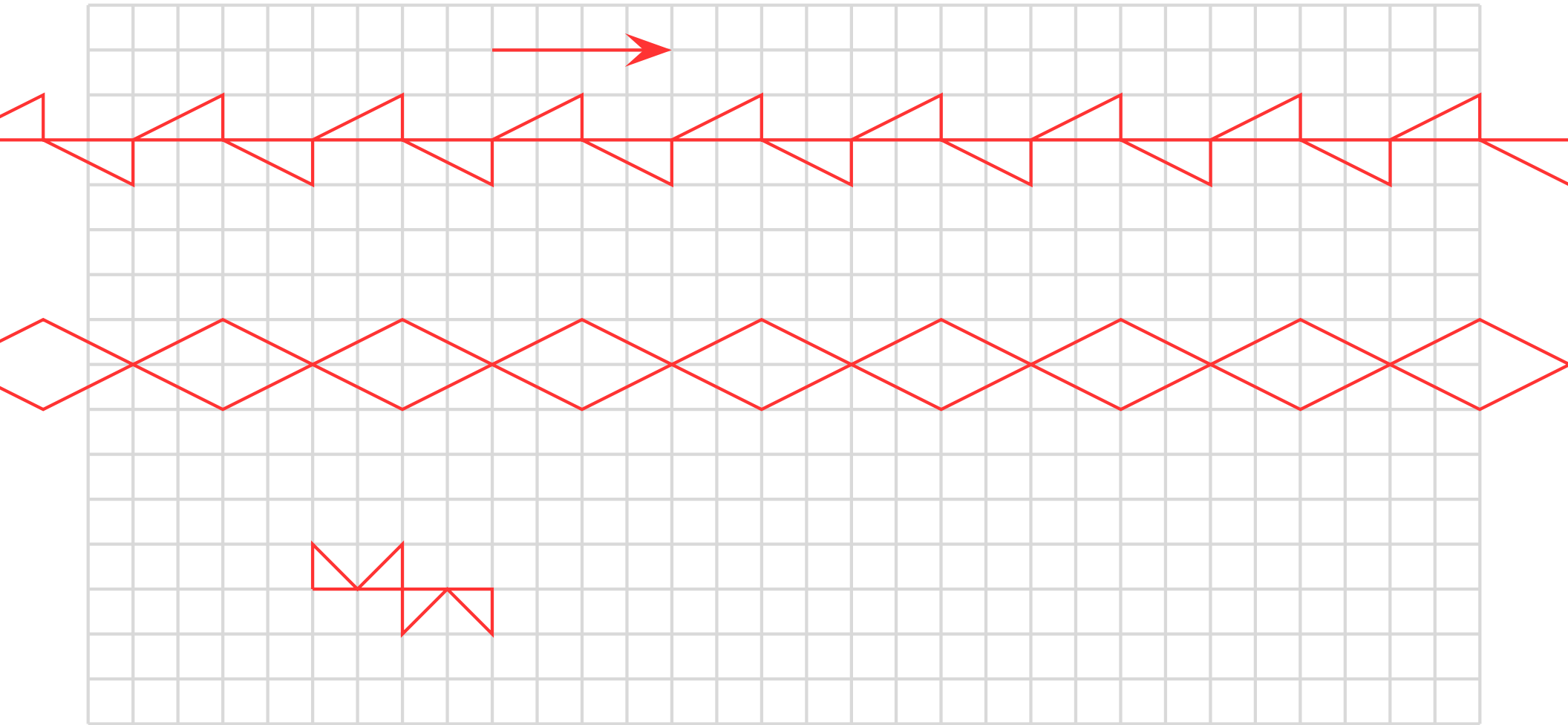
Traslazioni



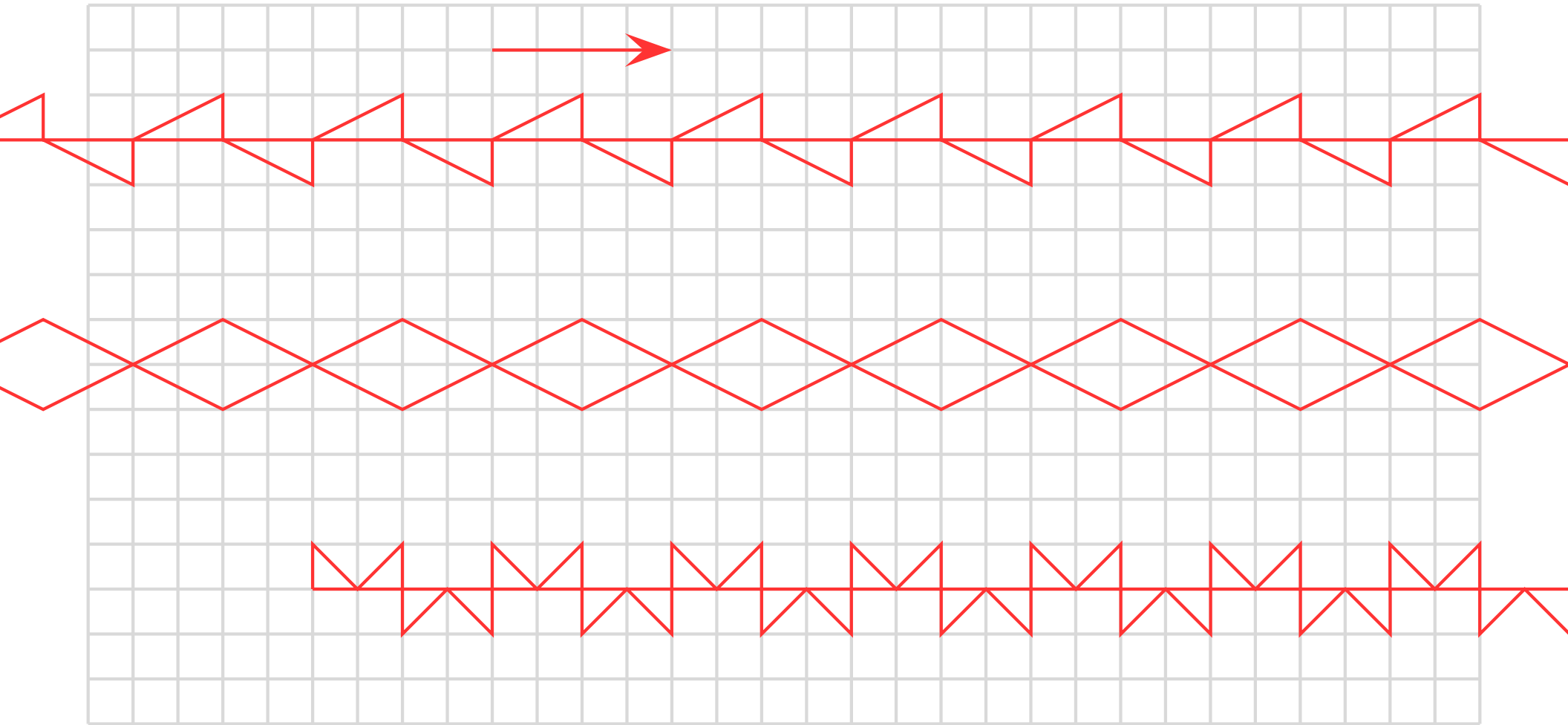
Traslazioni



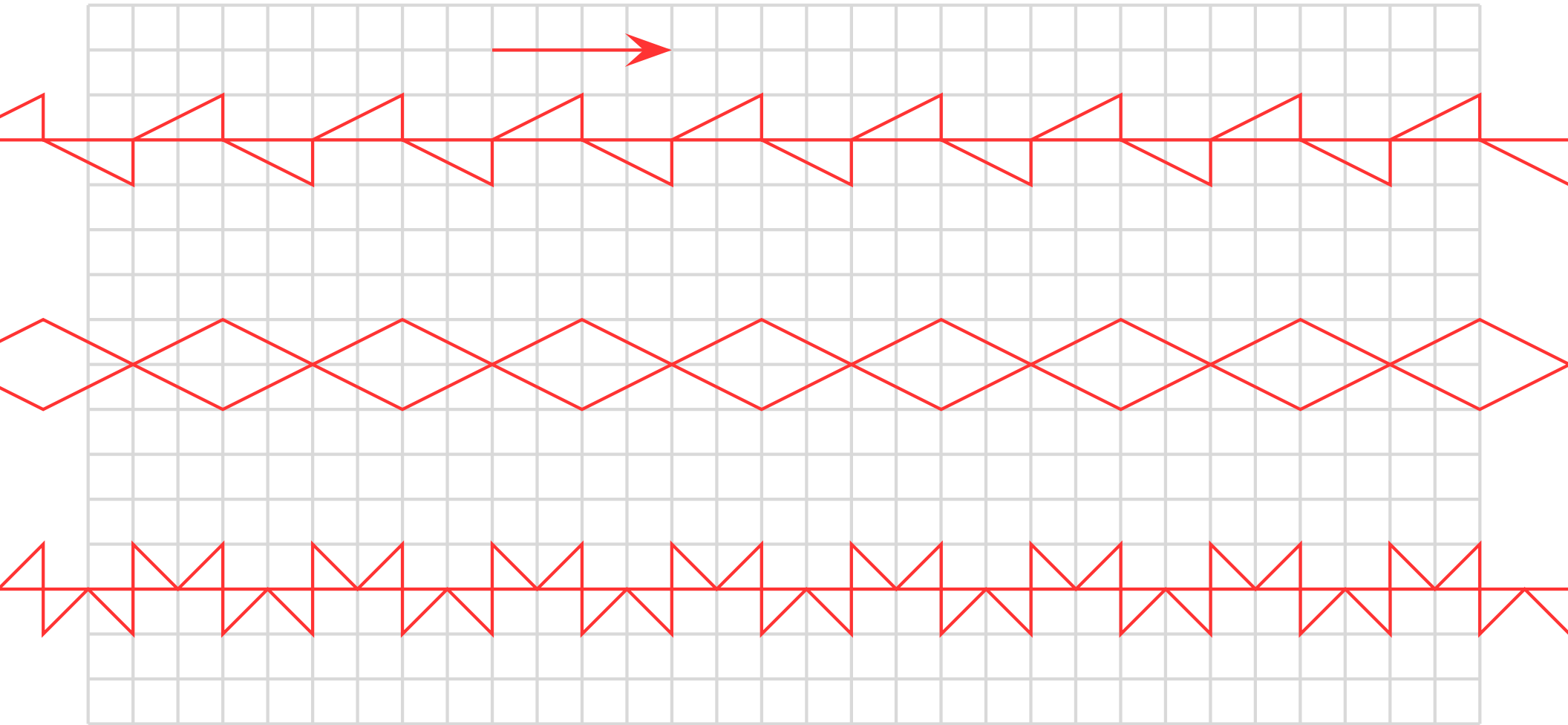
Traslazioni



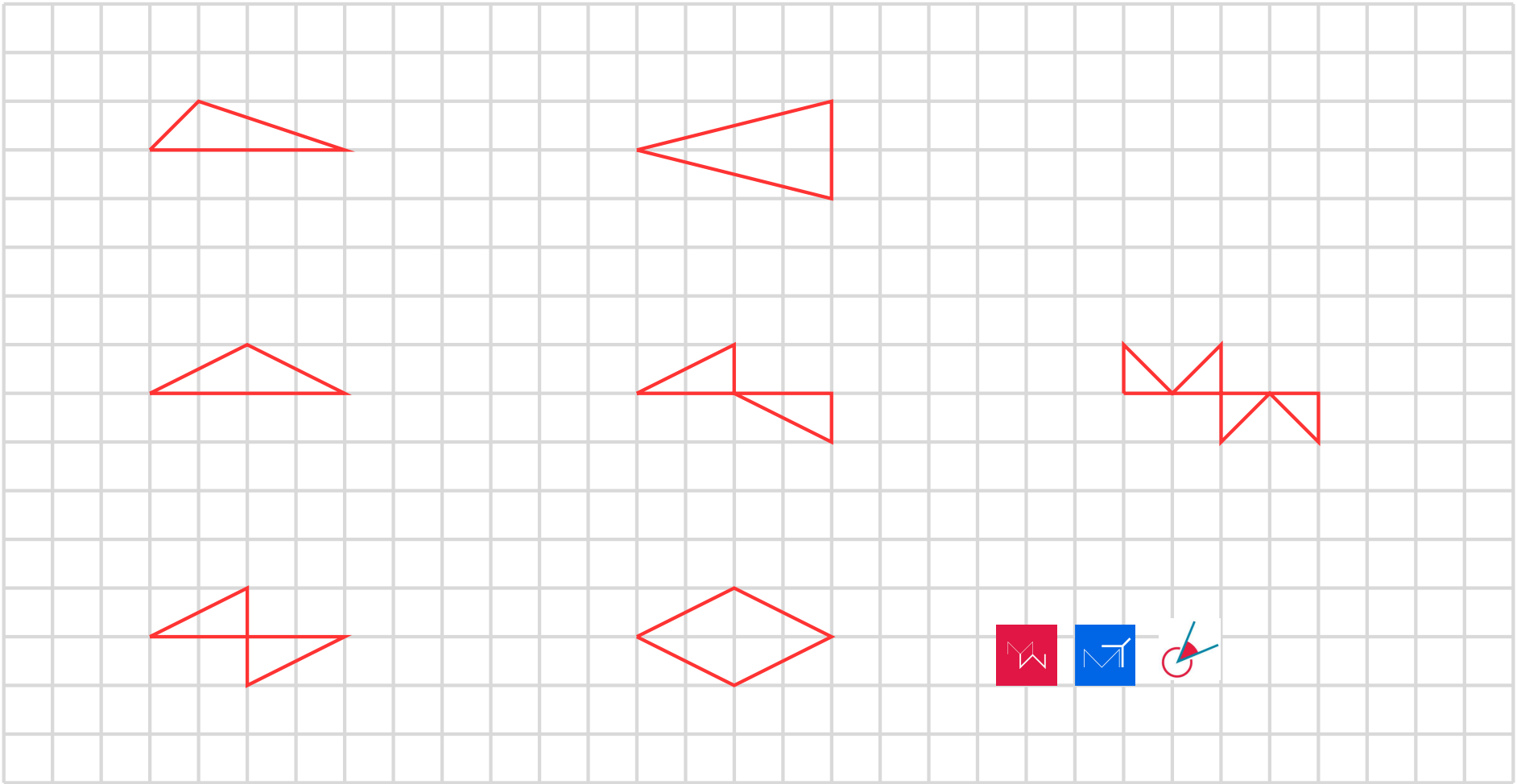
Traslazioni



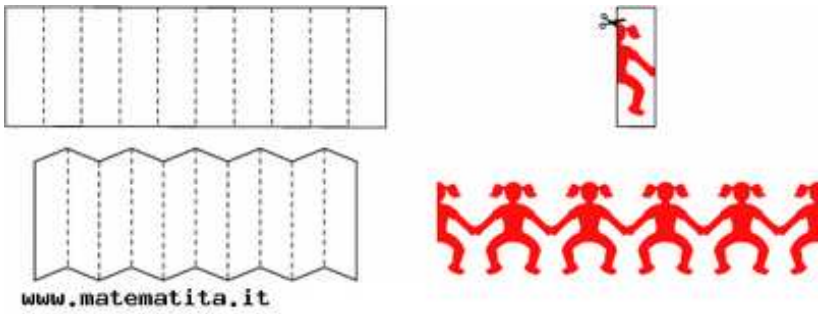
Traslazioni



Sette e solo sette

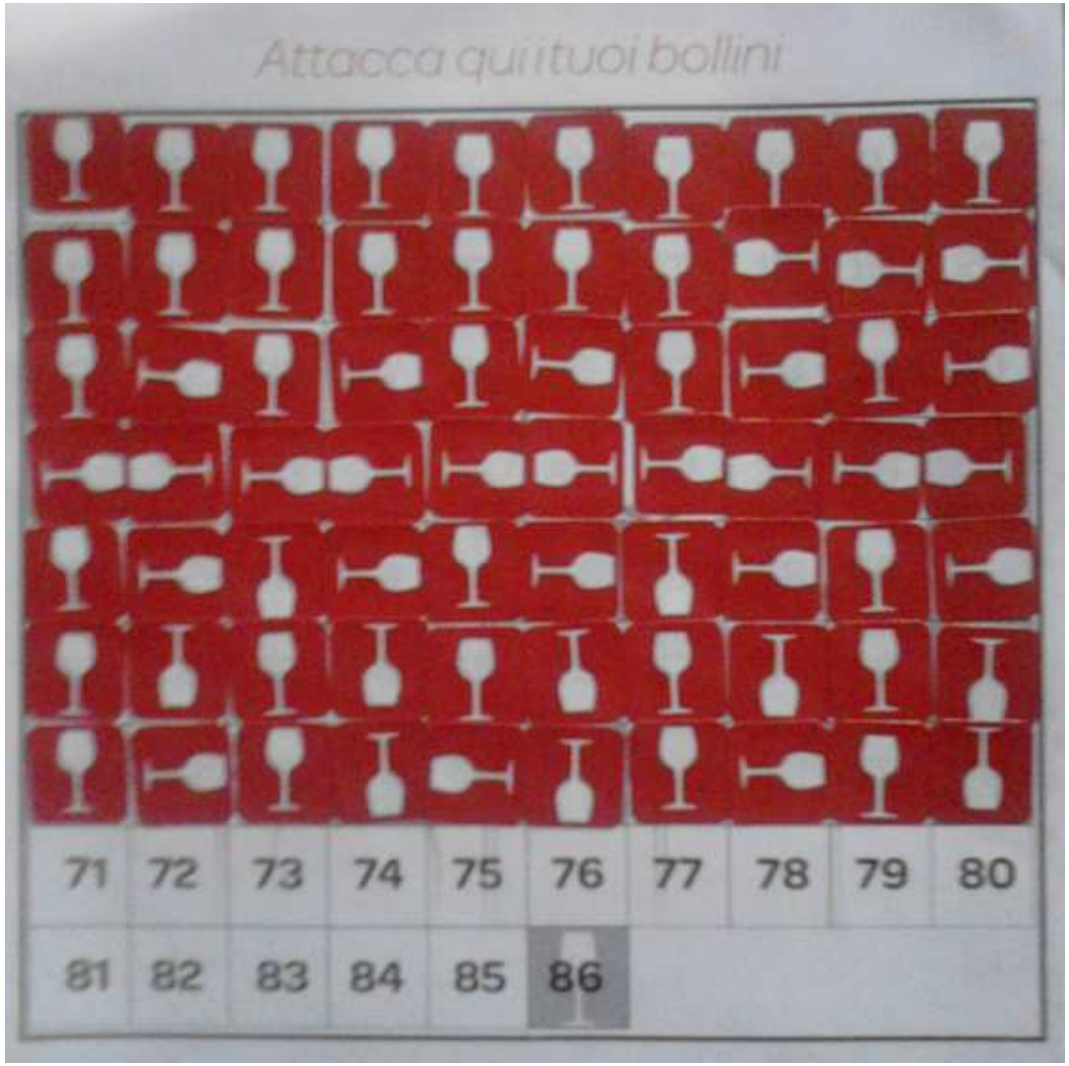


Fregi



Sette e solo sette

Sette e solo sette



Mosaici

Mosaici